CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

ÉLÉMENTS DE RÉPONSE
PROPOSITION DE BARÈME

EXERCICE 1 (12 points)

A.1° a)	$r_1 = 1$ et $r_2 = 2$.	0,5 point
b)	Toutes les solutions de (E_0) sont définies sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \lambda\, \mathrm{e}^{x} + \mu\, \mathrm{e}^{2x}$ avec λ et μ réels.	0,5 point
2° a)	$g'(x) = (2x+2)\,\mathrm{e}^{x}$.	0,5 point
b)	Vérification de : pour tout x réel, $g''(x) - 3\,g'(x) + 2g(x) = -2\mathrm{e}^{x} + 6$.	1 point
3°	Toutes les solutions de (E) sont définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = h(x) + g(x)$, $f(x) = \lambda\, \mathrm{e}^{x} + \mu\, \mathrm{e}^{2x} + 2x\,\mathrm{e}^{x} + 3$.	0,5 point
4°	La solution cherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)\,\mathrm{e}^{x} + 3$.	1 point
B.1° a)	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$.	0,5 point
b)	La droite d'équation $y = 3$ est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$.	0,5 point
2° a)	Pour tout réel x, $(2x-1)\left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right) + 3 = 2 + x + \frac{3}{2}x^2$. D'où le développement limité : $f(x) = 2 + x + \frac{3}{2}x^2 + x^2\,\varepsilon(x)$.	1 point
b)	T : $y = 2 + x$.	0,5 point
c)	$\frac{3}{2}x^2$ est positif au voisinage de 0.	1 point
3° a)	$f'(x) \leq 0$ si $x \leq -\frac{1}{2}$; $f'(x) \geq 0$ si $x \geq -\frac{1}{2}$. Donc f est décroissante sur $]-\infty, -\frac{1}{2}]$ et f est croissante sur $[-\frac{1}{2}, +\infty[$.	1 point
b)	$f(-\frac{1}{2}) \approx 1{,}79$.	0,5 point
4° a)	$I = \frac{19}{8} = 1{,}1875$.	1 point
b)	$K = 3 - 2\mathrm{e}^{0,5}$.	1 point
c)	$J = K + \int_0^{0,5} 3\,\mathrm{d}x = \frac{9}{2} - 2\mathrm{e}^{0,5}$.	0,5 point
d)	$J \approx 1{,}203$. $J - I$ inférieur à 0,02.	0,5 point

EXERCICE 2 (8 points)

A.1°	$P(8{,}18 \leq X \leq 8{,}48) \approx 0{,}905$.	1 point
2°	$h \approx 0{,}176$. La probabilité qu'une gaine ait un diamètre compris entre 8,15 mm et 8,51 mm est 0,95.	1,5 point
B.1°	• Chaque prélèvement de 50 gaines est constitué par 50 épreuves élémentaires indépendantes (puisque le prélèvement est associé à un tirage avec remise). • Chaque épreuve élémentaire (le tirage d'une gaine) peut déboucher sur deux résultats et deux seulement : la gaine est non conforme pour le diamètre intérieur, événement de probabilité $p = 0{,}096$ et la gaine est conforme pour le diamètre intérieur, événement de probabilité $q = 1 - p = 0{,}904$. • Donc la variable aléatoire X qui associe à ces tirages le nombre de gaines non conformes pour le diamètre intérieur suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}096$.	1,5 point
2°	$P(Y = 5) \approx 0{,}184$.	1 point
3°	$P(Y \leq 2) \approx 0{,}129$.	1 point
C.1°	Règle de décision : • Soit $\overline{d}$ la moyenne des diamètres des pastilles d'un échantillon de 300 pastilles prélevé au hasard et avec remise. • Si $\overline{d}$ appartient à l'intervalle [8,106 ; 8,154], on accepte H_0 au seuil de 0,05. • Sinon, on rejette H_0 et on accepte H_1 au risque de 5 %.	1 point
2°	Au risque de 5 %, on conclut que la livraison n'est pas conforme pour le diamètre.	1 point